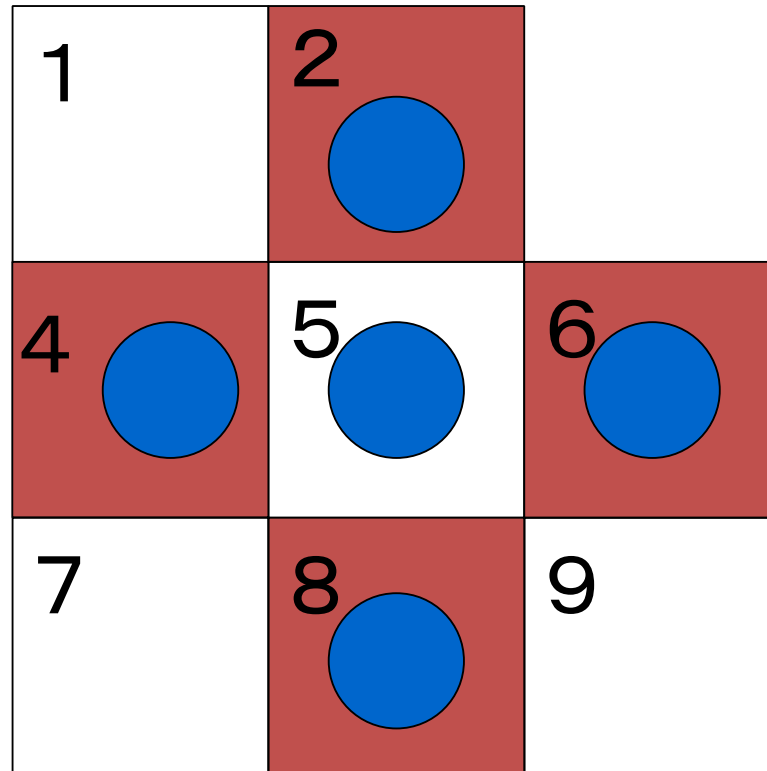
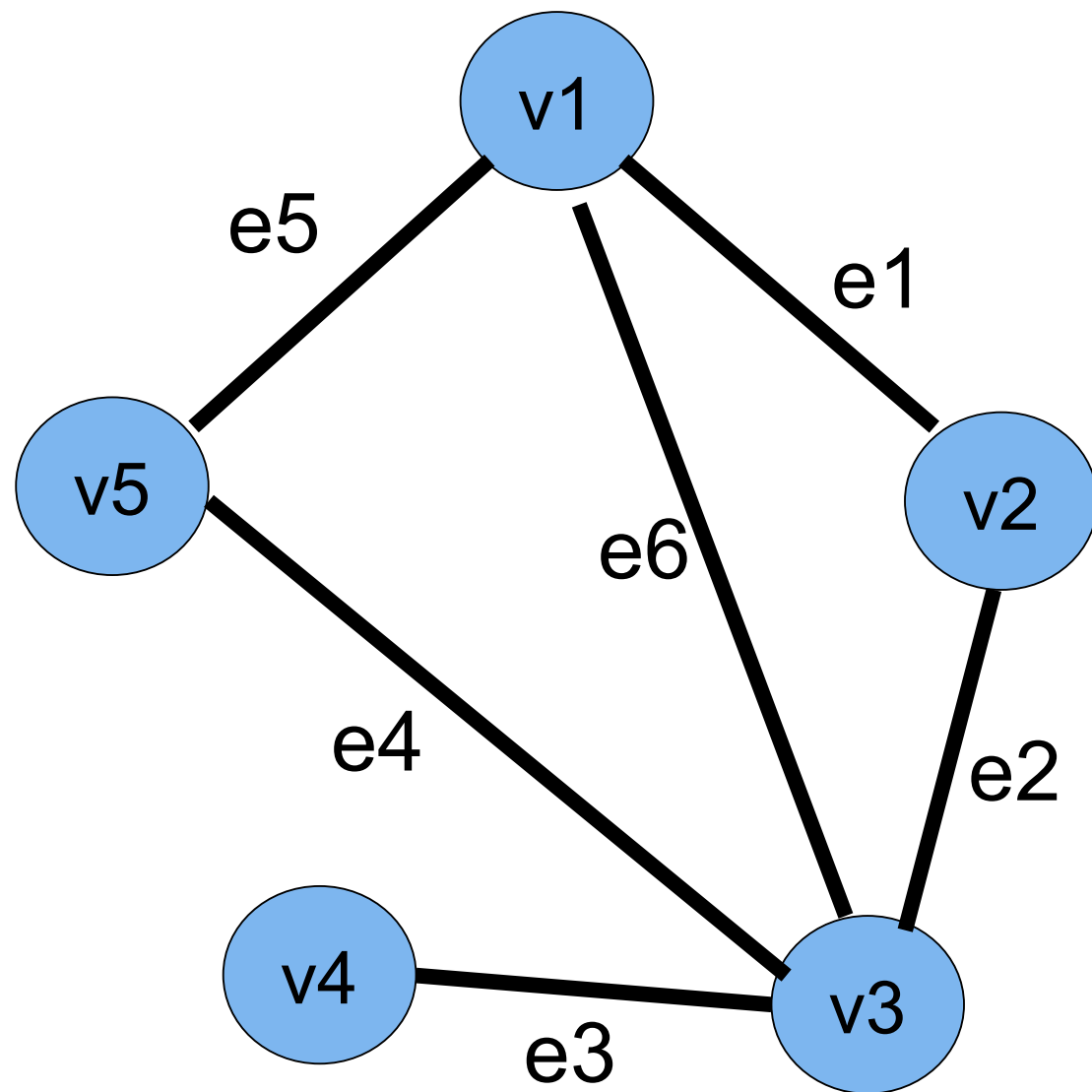


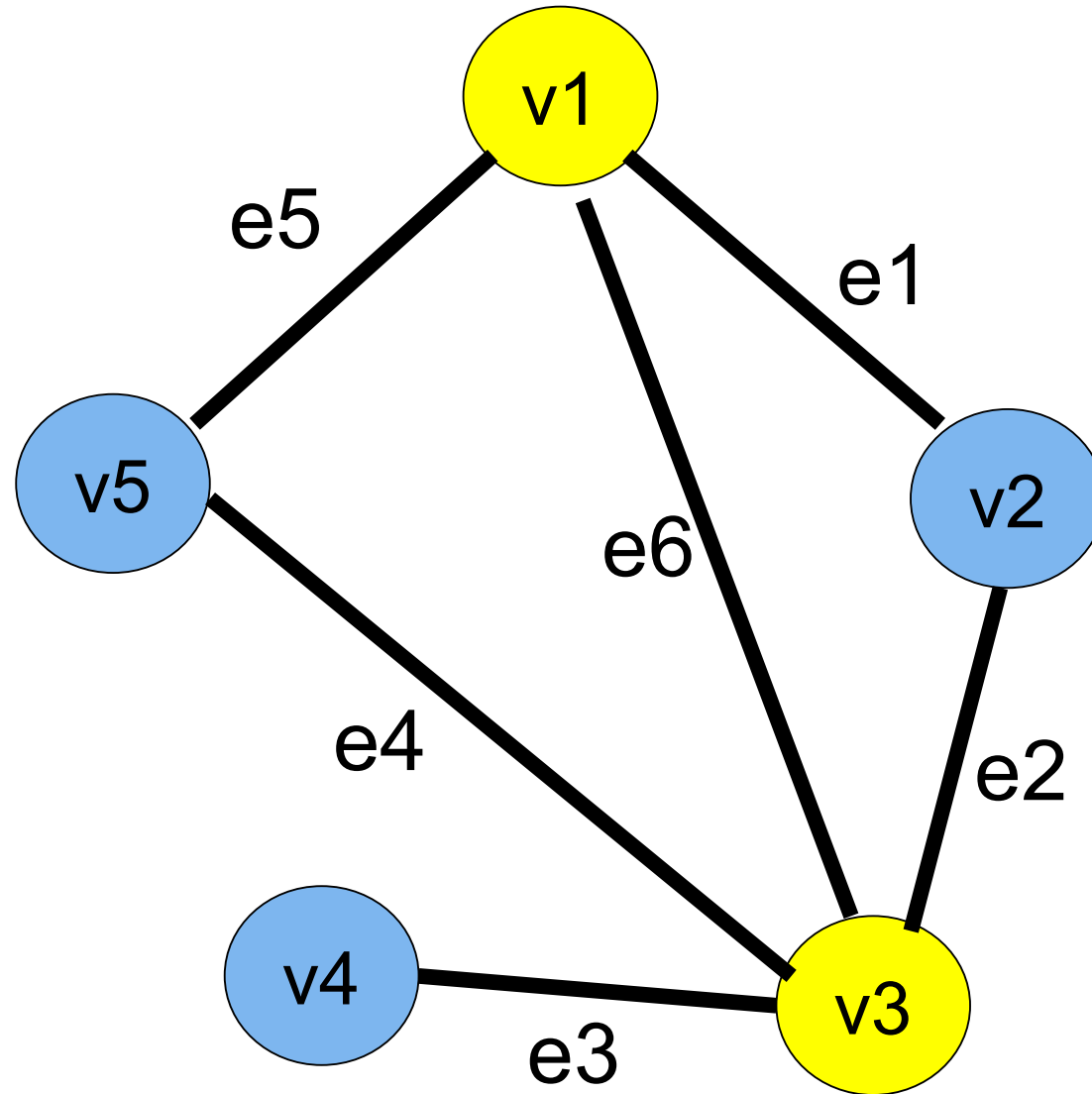
[問題]ナイトをお互いとられないように、
できるだけ多く配置したい。最大何個おけるか？
(この例だと5個)





最小点カバー—minimal vertex cover

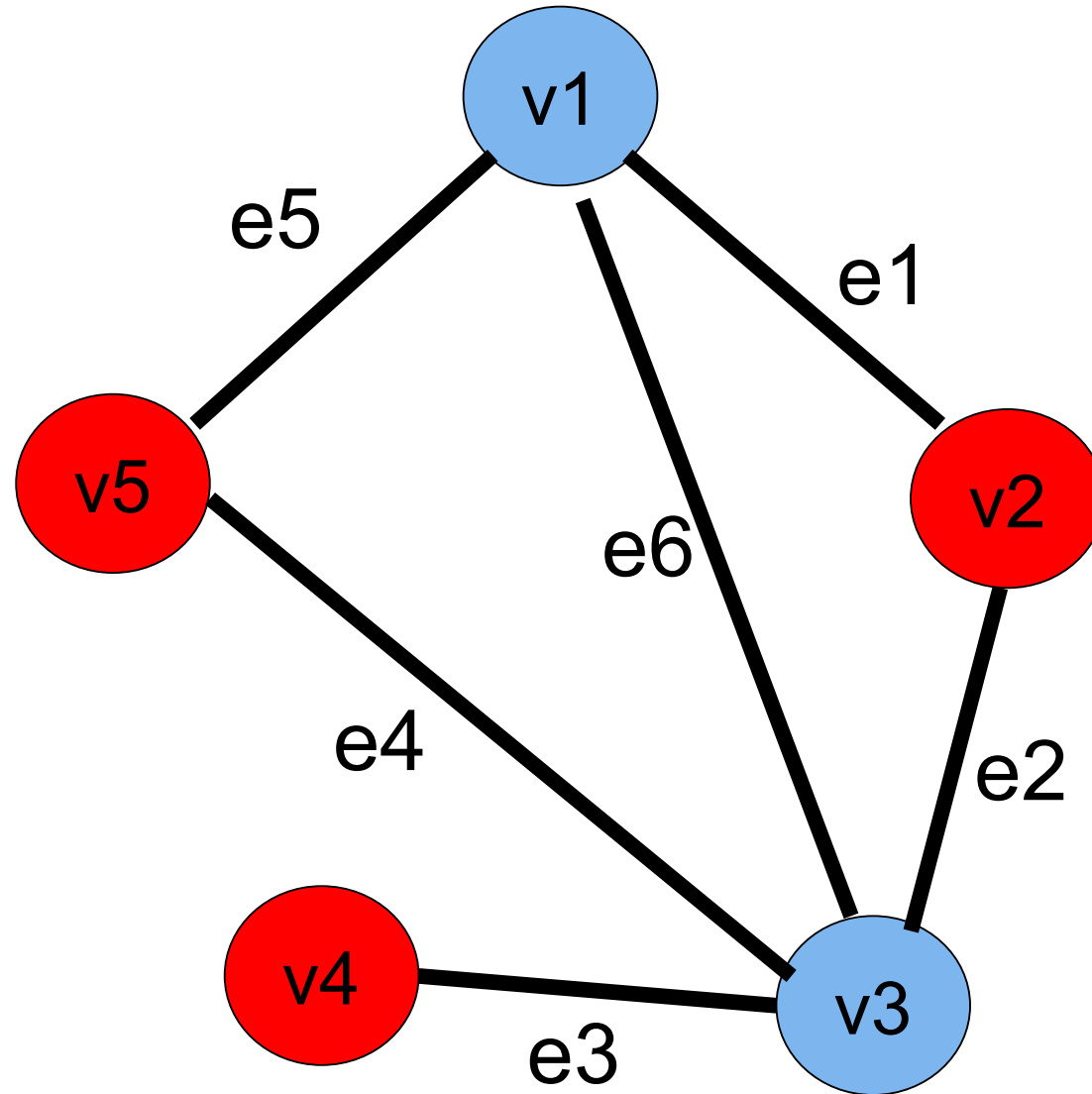
点カバー=全ての辺が選んだ点に接続するようにする
(e1,e5はv1に、e2,e3,e4はv3に、e6はv1,v3に接続)



最大安定集合 maximal stable set (=最大独立集合 maximal independent set)

安定集合 = 点同士が隣接しない

→ ナイトをとられないようにおくのと同じ！

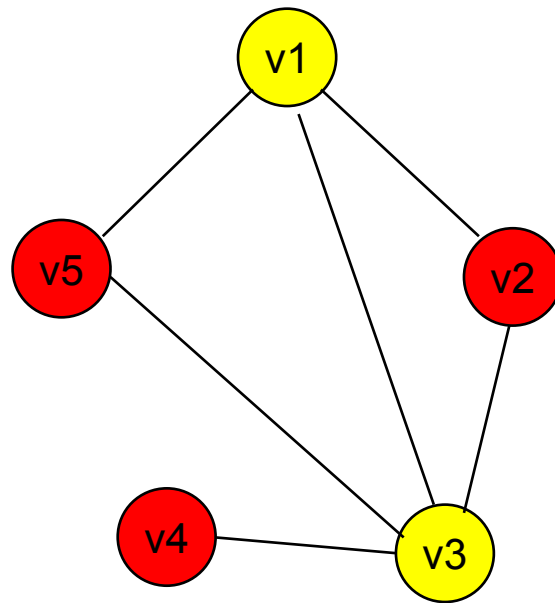


重要な法則(1)

|最大安定(独立)集合|+|最小点カバー|=|全頂点|

<証明> S は独立 \Leftrightarrow G のどの辺も両端点が S に属することはない
 \Leftrightarrow どの辺もひとつの端点は S^c に属する
 $\Leftrightarrow S^c$ は点カバー

集合S+集合の補集合 S^c は当然、全頂点となる。



|最大安定(独立)集合|+|最小点カバー|=頂点の数

3

2

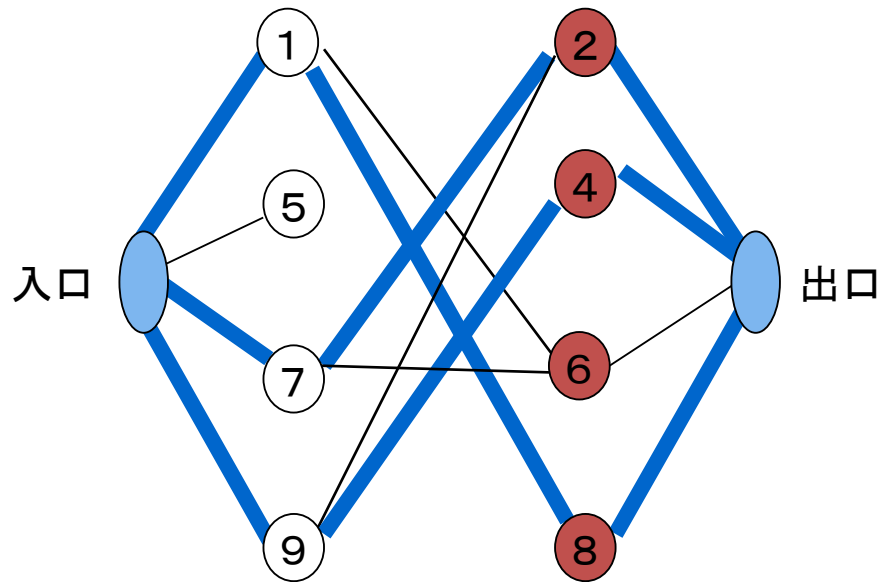
5

重要な法則(2)

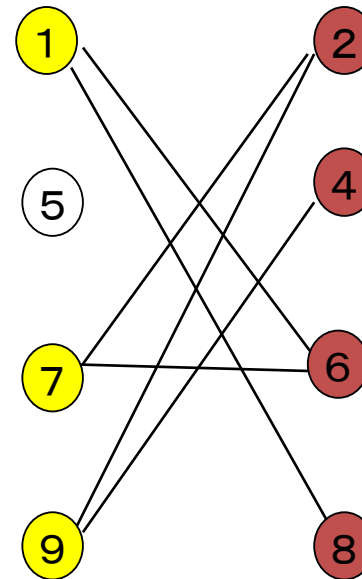
2部グラフでは、**|最大マッチング|=|最小点カバー|**

<証明> ゲームにつき(仮) <http://rsujskf.blog32.fc2.com/blog-entry-87.html>

最大流量(=最大マッチング)は3



最小点カバーも3



[答え]

ナイトの置ける数

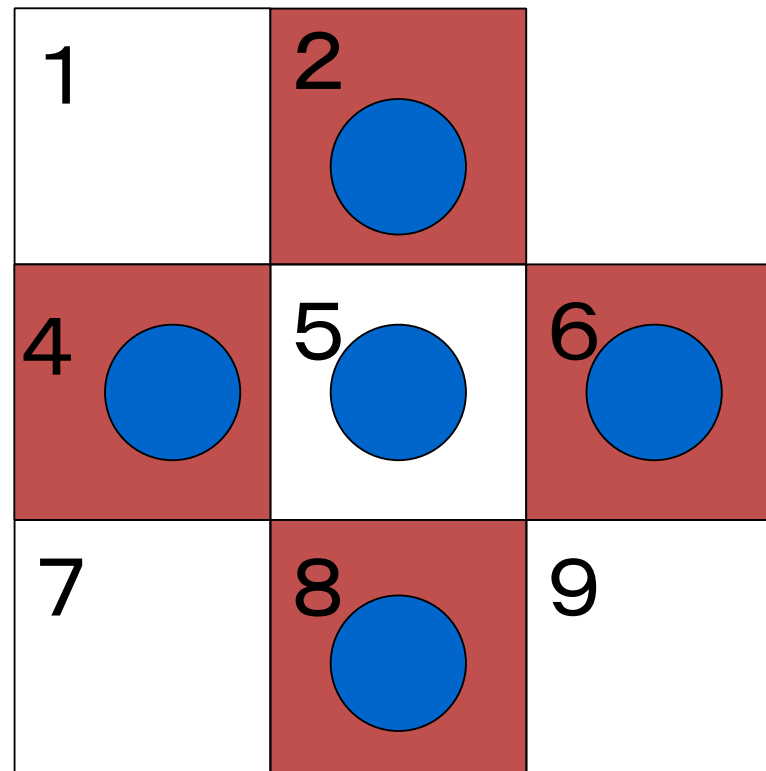
=|最大安定(独立)集合|

=|全頂点|-|最小点カバー|

=|全頂点|-|最大マッチング|

=8-3

=5



エドモンズ・カープ

計算量 $O(|V| * |E|^2)$ → 計算量注意！

2部グラフの最大マッチングバージョン

計算量 $O(V(V + E))$

参考文献

- プログラミングコンテストチャレンジブック P198,199
- ゲームにつき(仮)
- CodeChefの問題 N Knights Problem
- TopCoderの問題 SRM303 Div1 500pts
- COOLEEのホームページ

<http://www.maroon.dti.ne.jp/coolee/graphtheory2.html>